УДК 536.46

К ВОПРОСУ НАХОЖДЕНИЯ ПОСТОЯННОЙ МАРКШТЕЙНА

К.О. Сабденов

Томский политехнический университет
E-mail: sabdenov@k21.phtd.tpu.ru

На примере простой модели показано, что уравнения горения допускают решения со смещенными профилями температуры и участвующей в реакции горения концентрации вещества. Скорость искривленного пламени определяется однозначно, а длина Маркштейна оказывается существенно больше, чем в ранних теориях. Это позволяет, по меньшей мере, на порядок расширить область гидродинамической устойчивости по числу Рейнольдса.

Пытаясь объяснить, почему ламинарное пламя в газе устойчиво к гидродинамическим возмущениям Дж. Маркштейн предположил, что скорость пламени u_n зависит от кривизны K его фронта [1]. Когда фронт обращен выпуклой стороной к горючей смеси u_n уменьшается, а если вогнутой – увеличивается. Это означает, что изогнутый под действием возмущений фронт пламени стремится принять плоскую форму. В предложенной формуле Маркштейна

$$u_n = u_n^0(1 - l_M K), \qquad (1)$$

где u_n^0 – скорость пламени с плоским фронтом, присутствует неопределенная величина l_M размерности длины (постоянная Маркштейна). Им же были сделаны первые попытки экспериментального определения этой величины. Дальнейшие теоретические поиски [2–5 и др.] приводили к выражению постоянной Маркштейна в виде отношения коэффициента температуропроводности газа κ на скорость u_n^0

$$l_M = \frac{\kappa}{u_n^0}. \qquad (2)$$

Но в этом случае объяснение гидродинамической устойчивости пламени ограничено. Эксперименты показывают устойчивость пламени при числах Рейнольдса Re, по меньшей мере, на порядок превышающих критическое значение Re_{cr}, которое следует из формул (1) и (2).

Кроме указанного Маркштейном механизма, приводящего к устойчивости пламени, может иметь место случай ухода возмущений из рассматриваемой области горения [3]. Дело в том, что в экспериментах пламя, как правило, занимает ограниченное пространство (пламя горелки Бунзена или в трубе, свечи). Эти виды пламени имеют касательную составляющую скорости газа к поверхности горения, благодаря чему гидродинамические возмущения или затухают на стенках, или уходят в свободное пространство из области горения прежде, чем они успевают заметно вырасти [3]. Но такие явления наблюдается при достаточно больших числах Рейнольдса.

Механизм ухода возмущений не объясняет полностью наблюдающуюся гидродинамическую устойчивость пламени. Если основываться только лишь на таком механизме и на формулах (1, 2), то мы уже при относительно небольших числах Рейнольдса (Re ~10...100) должны были видеть пламя с непрерывно колеблющимся фронтом. В реальности это не имеет место: колебание фронта, свидетельствующее о наличии гидродинамической неустойчивости, возникает внезапно и при больших числах Рейнольдса (Re ~10^3).

Дальнейшие пути объяснения гидродинамической устойчивости пламени можно искать в самой теории ламинарного горения. Предложенные в работах [2–5] способы нахождения l_M, несмотря на их математическую строгость расчетов, не исключают существования других подходов. Дело в том, что если в теории Зельдовича-Франк-Каменецкого одномерного пламени с плоским фронтом его скорость движения определяется единственным образом [5], то скорость распространения искривленного пламени без привлечения дополнительного физического принципа не является однозначно определенной [6, 7]. Это обстоятельство приводит к неожиданному результату при исследовании неодномерной диффузионно-тепловой устойчивости пламени [8]. Использование известной [5] схемы анализа на основе формулы (1) и без привлечения

дополнительных предположений относительно процессов в зоне химической реакции приводит к абсолютной неустойчивости пламени.

В работе [9] было высказано предположение, что при искривлении фронта пламени меняется его структура: происходит своеобразное рассогласование полей температуры и концентрации (выгорания). Имеется в виду сдвиг распределений температуры и реагирующего вещества относительно друг друга и по направлению движения плоского исходного пламени. Величина смещения считается пропорциональной обратной величине энергии активации.

Настоящая работа ставит целью дальнейшее развитие изложенных представлений об искривленном пламени на основе более точного, чем в [9] теоретического анализа процессов во фронте неоднономерного пламени.

1. Нахождение скорости пламени при слабо искривленном фронте. Бесконечно тонкая зона химической реакции

Для описания процессов медленного горения, когда давление меняется слабо по сравнению с температурой и плотностью газа, воспользуемся моделью с одностадийной химической брутто-реакцией A→B [5]. Анализ задачи об искривленном пламени будем проводить в линейном приближении. Это означает, что величина деформации фронта и вызываемые деформацией возмущения малы, и можно пренебречь их квадратичными и более степенями.

Рассмотрим модель ламинарного пламени в следующей формулировке, согласно которой основное движение пламени происходит отрицательному по направлению координаты x' [5]:

$$\frac{\partial T}{\partial t'}+v\frac{\partial T}{\partial x'}=\kappa\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x'^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y'^2}\right)+\frac{Q}{c_p}W(N,T),$$
$$\frac{\partial N}{\partial t'}+v\frac{\partial N}{\partial x'}=D\left(\frac{\partial^2 N}{\partial x'^2}+\frac{\partial^2 N}{\partial y'^2}\right)-W(N,T), \quad (1.1)$$

где $W(N,T)$ – скорость химической реакции; v – скорость газа; T – температура; N – концентрация реагента A; D – коэффициент диффузии; Q – тепловой эффект реакции; t' – время; y' – координата, поперечная оси x'; c_p – теплоемкость при постоянном давлении.

Примем, что химическая реакция имеет первый порядок:

$$W(N,T)=k_0 N\exp\left(-\frac{E}{RT}\right), \quad (1.2)$$

где k_0 – константа, зависящая от свойств исходной горючей смеси; E – энергия активации; R – универсальная газовая постоянная.

Выражения (1.1) и (1.2) в безразмерной форме имеют вид:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t}+w\frac{\partial \theta}{\partial x}=\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\theta}{\partial y^2}+W(\theta,b),$$
$$\frac{\partial b}{\partial t}+w\frac{\partial b}{\partial x}=Le\left(\frac{\partial^2 b}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 b}{\partial y^2}\right)+W(\theta,b), \quad (1.3)$$

$$W=q(1-b)\exp\left[\frac{1}{\beta}\left(1-\frac{1}{\mu+\theta(1-\mu)}\right)\right],\ q=\frac{\kappa}{v_*^2}k_0 e^{-\frac{1}{\beta}},$$

где

$$\theta=\frac{T-T_0}{T_b-T_0}=\frac{c_p}{QN_0}(T-T_0);\ T_b=T_0+\frac{Q}{c_p}N_0;\ b=\frac{N_0-N}{N_0};$$
$$Le=\frac{D}{\kappa};\ \mu=\frac{T_0}{T_b};\ \beta=\frac{RT_b}{E};\ x=\frac{x'v_*}{\kappa};\ y=\frac{y'v_*}{\kappa};\ t=\frac{t'v_*^2}{\kappa};\ w\frac{v}{v_*}.$$

Символом N_0 обозначена начальная концентрация реагирующего вещества. Здесь v_* – масштаб скорости. Его детальное определение нам сейчас не требуется, но в дальнейших расчетах удобно считать v_* равным скорости движения стационарного пламени с плоским фронтом. Такого определения масштаба скорости мы будем придерживаться в дальнейшем.

Граничные условия. Пусть пламя не ограничено в пространстве, а возмущения имеют локальный характер по направлению y. Тогда необходимые условия имеют следующий вид:

$$x\to-\infty:\ \theta=b=0,\quad x\to+\infty:\ \partial\theta/\partial x=\partial b/\partial x=0,$$
$$y\to\pm\infty:\ \partial\theta/\partial y=\partial b/\partial y=0. \quad (1.4)$$

Приведем анализ искривленного фронта пламени в приближении бесконечно тонкой зоны химической реакции и произвольных числах Льюиса. В этом случае достаточно рассматривать вместо (1.3) уравнения

$$\frac{\partial\theta}{\partial t}+w\frac{\partial\theta}{\partial x}=\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\theta}{\partial y^2},\ \frac{\partial b}{\partial t}+w\frac{\partial b}{\partial x}=Le\left(\frac{\partial^2 b}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 b}{\partial y^2}\right). \quad (1.5)$$

Наличие химической реакции учитывается разрывом (при $x=0$) первых производных от температуры θ и выгорания b [5]. Стационарные решения

$$\theta^0=\exp(x),\ b^0=\exp\left(\frac{x}{\mathrm{Le}}\right),\ x<0;\ \theta^0=b^0=1,\ x>0,\ w^0=1,$$

описывают плоский фронт пламени. При малом искривлении фронта мы ищем решение (1.5) в виде [9]

$$\theta(t,x,y)=\exp(x-\xi_1)\approx\exp(x)(1-\xi_1),$$
$$b(t,x,y)=\exp\left(\frac{x}{\mathrm{Le}}\right)\left(1-\frac{\xi_2}{\mathrm{Le}}\right). \quad (1.6)$$

Здесь ξ_1, ξ_2 – смещение профилей температуры и выгорания. Причем

$$\xi_2=\xi_1(1+\varepsilon),\ \xi_1=\xi_1(t,y). \quad (1.7)$$

Числовой параметр ε, который считаем малым, но пока не конкретизируем, задает величину рассогласования распределений температуры и выгорания.

При $x\to\infty$ малые возмущения температуры и концентрации должны обратиться в ноль. Физически это означает, что при малой деформации фронта пламени его температура в приближении бесконечно тонкой зоны химической реакции не меняется. Поэтому решения $\theta=b=1$ в области $x>0$ остаются неизменными с точностью до второго порядка по ξ_1 и его производных. Как мы увидим ниже, такая деформация приводит только к изменению нормальной скорости пламени.

Выражения (1.6) удовлетворяют линеаризованным граничным условиям на фронте химической реакции с точностью до высших порядков по ξ_1 и его производным на границе $x=\xi_1$.

Используя выражения (1.6) в ур. (1.5), учитывая представление $w=1+w'$, где w' – изменение скорости пламени, и удерживая только линейные члены, приходим к следующей паре уравнений

$$\frac{\partial\xi_1}{\partial t}+w'=\frac{\partial^2\xi_1}{\partial y^2},\quad \frac{\partial\xi_2}{\partial t}+w'=Le\frac{\partial^2\xi_2}{\partial y^2}.$$

Принимая в расчет представления (1.7), получим

$$\frac{\partial\xi_1}{\partial t}+w'=\frac{\partial^2\xi_1}{\partial y^2},\quad \frac{\partial\xi_1}{\partial t}+\frac{w'}{1+\varepsilon}=\mathrm{Le}\frac{\partial^2\xi_1}{\partial y^2}. \qquad (1.8)$$

Если считать скорость пламени не зависящей от кривизны его фронта, то мы должны полагать $w'=0$. Тогда из (1.8) следует равенство $\xi_1=0$, что означает абсолютную устойчивость пламени, т.к. его фронт просто недеформируемый. Полученный результат не зависит от того, что Le>1 или Le<1. Следовательно, $\xi_1=0$ и при равенстве Le=1. Значит, фронт пламени с бесконечно тонкой зоной химической реакции недеформируемый, и пламя абсолютно устойчиво к гидродинамическим возмущениям. Этот вывод противоречит теории Ландау-Дарье [5, 10].

Пусть теперь $w'\neq0$. Преобразуя (1.8), находим

$$w'=-\frac{(\mathrm{Le}-1)(1+\varepsilon)}{\varepsilon}\frac{\partial^2\xi_1}{\partial y^2}.$$

Тогда уравнение для поверхности фронта пламени запишется как

$$\frac{\partial\xi_1}{\partial t}=D_*\frac{\partial^2\xi_1}{\partial y^2},\quad D_*=1+\frac{(\mathrm{Le}-1)(1+\varepsilon)}{\varepsilon}.$$

Уточним вид параметра ε. Его появление может быть обусловлено только процессами в зоне химической реакции, других видимых причин нет. Тогда при малой (порядка $\beta<<1$), но конечной толщине зоны химической реакции возмущения температуры и концентрации, вызванные деформацией фронта, будут отличаться. Величина отличия будет порядка β, так как это рассогласование распределений температуры и концентрации вызваны процессами в зоне химической реакции. Тогда $\varepsilon\sim\beta$. Кроме того, в предельном случае $\beta=0$, когда $\varepsilon=0$ и $\xi_1=\xi_2$, пламя должно быть, как мы уже видели, абсолютно устойчивым. Причем, вне зависимости от величины отличия числа Льюиса от единицы: при $\varepsilon=0$ из (1.8) следует $\xi_1=0$. Сказанное означает, что

$$\varepsilon = s(\mathrm{Le}-1)\beta, \qquad (1.9)$$

где s – неопределенная константа. Тогда формула для изменения скорости пламени приобретает форму

$$w'=-\frac{1+\beta s(Le-1)}{\beta s}\frac{\partial^2\xi}{\partial y^2}, \qquad (1.10)$$

где индекс 1 у символа ξ опущен для простоты записи. Фронт пламени будет меняться во времени согласно уравнению [9]

$$\frac{\partial\xi}{\partial t}=D_*\frac{\partial^2\xi}{\partial y^2},\quad D_*=\frac{1+\beta s\,\mathrm{Le}}{\beta s}. \qquad (1.11)$$

Приведенное выше предположение постоянства температуры пламени строго не обосновано. Это видно уже из того, что не были вовлечены в рассмотрение все возможные решения уравнений (1.5). В линейном приближении они, кроме приведенных (1.6), имеют еще соответственно для первого и второго уравнений решения вида [5]

$$f(x)\exp(\Omega t+iky),\ g(x)\exp(\Omega t+iky),\ i\equiv\sqrt{-1} \qquad (1.12)$$

с комплексной частотой Ω и волновым числом k, где $f(x)$, $g(x)$ удовлетворяют обыкновенным дифференциальным уравнениям

$$\frac{d^2f}{dx^2}-\frac{df}{dx}-(\Omega+k^2)f=0,\ Le\frac{d^2g}{dx^2}-\frac{dg}{dx}-(\Omega+\mathrm{Le}k^2)g=0.$$

Поэтому мы рассмотрим сейчас задачу о слабо искривленном фронте пламени в расширенной постановке.

2. Расширенный анализ искривленного фронта пламени

Пусть теперь возмущенные профили температуры и выгорания имеют вид

$$\theta=\theta^0(x+\xi_1)+F(t,x,y),\ b=b^0(x+\xi_2)+G(t,x,y),$$

где F и G – новые неизвестные функции, имеющие смысл возмущений. Считая их малыми по абсолютной величине, представим θ и b в линеаризованной форме

$$\begin{aligned}\theta&=\theta^0(x)-\xi_1 d\theta^0/dx+F(t,x,y),\\ b&=b^0(x)-\xi_2 db^0/dx+G(t,x,y),\end{aligned} \qquad (2.1)$$

где $\theta^0(x)$, $b^0(x)$ являются решениями уравнений

$$\begin{aligned}w^0\frac{d\theta^0}{dx}&=\frac{d^2\theta^0}{dx^2}+W(\theta^0,b^0),\\ w^0\frac{db^0}{dx}&=\mathrm{Le}\frac{d^2b^0}{dx^2}+W(\theta^0,b^0),\end{aligned} \qquad (2.2)$$

с первыми четырьмя граничными условиями из (1.4).

Подставив (2.1) в уравнения (1.3) и учитывая равенство $w=1+w'$ и (2.2) в промежуточных выкладках, после несложных преобразований получим линеаризованные уравнения

$$\frac{\partial F}{\partial t}+\frac{\partial F}{\partial x}+\frac{d\theta^0}{dx}\left(\frac{\partial\xi_1}{\partial t}+w'-\frac{\partial^2\xi_1}{\partial y^2}\right)=$$

$$=\Delta_*F+\frac{\partial W}{\partial\theta^0}F+\frac{\partial W}{\partial b^0}G+\frac{\partial W}{\partial b^0}\frac{db^0}{dx}(\xi_2-\xi_1),$$

$$\frac{\partial G}{\partial t}+\frac{\partial G}{\partial x}+\frac{db^0}{dx}\left(\frac{\partial\xi_2}{\partial t}+w'-\mathrm{Le}\frac{\partial^2\xi_2}{\partial y^2}\right)=$$

$$=\mathrm{Le}\Delta_*G+\frac{\partial W}{\partial\theta^0}F+\frac{\partial W}{\partial b^0}G-\frac{\partial W}{\partial\theta^0}\frac{d\theta^0}{dx}(\xi_2-\xi_1),$$

где производные от скорости химической реакции вычисляются через стационарные распределения температуры θ^0 и выгорания b^0.

В операторе Лапласа Δ_* дифференцирование производится по переменным x, y. Выражения, стоящие в скобках левых частей приведенных вы-

ражений, следуя рассуждениям предыдущего раздела, приравняем нулю. Эта процедура даст две пары уравнений, первая пара – это уравнения для нахождения смещений ξ_1, ξ_2:

$$\frac{\partial \xi_1}{\partial t} + w' = \frac{\partial^2 \xi_1}{\partial y^2}, \quad \frac{\partial \xi_2}{\partial t} + w' = \mathrm{Le}\frac{\partial^2 \xi_2}{\partial y^2}.$$

Вторая же пара – это уравнения для нахождения откликов температуры и выгорания на изменение формы пламени:

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} = \Delta_* F + \frac{\partial W}{\partial \theta^0}F + \frac{\partial W}{\partial b^0}G + \beta s\frac{\partial W}{\partial b^0}\frac{db^0}{dx}\xi, \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial G}{\partial t} + \frac{\partial G}{\partial x} = \Delta_* G + \frac{\partial W}{\partial \theta^0}F + \frac{\partial W}{\partial b^0}G - \beta s\frac{\partial W}{\partial \theta^0}\frac{d\theta^0}{dx}\xi,$$

где учтена связь (1.7) между ξ_1 и ξ_2 и опущен индекс "1" у смещения ξ. Эволюция $\xi(t, y)$ подчиняется уравнению (1.11).

Остается теперь показать, что возмущения температуры F и концентрации продукта реакции G, во-первых, падают с течением времени при произвольных малых начальных деформациях ξ плоской поверхности, во-вторых, они локализованы в зоне химической реакции, а температура пламени не меняется. Для этого численно решались уравнения

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} + \frac{\partial W}{\partial \theta^0}F + \frac{\partial W}{\partial b^0}G + \beta s\frac{\partial W}{\partial b^0}\frac{db^0}{dx}\xi, \quad (2.4)$$

$$\frac{\partial G}{\partial t} + \frac{\partial G}{\partial x} = Le\left(\frac{\partial^2 G}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 G}{\partial y^2}\right) +$$

$$+\frac{\partial W}{\partial \theta^0}F + \frac{\partial W}{\partial b^0}G - \beta s\frac{\partial W}{\partial \theta^0}\frac{d\theta^0}{dx}\xi,$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = D_*\frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2}, \quad D_* = \frac{1+\beta s\,\mathrm{Le}}{\beta s}.$$

Начальные условия:

$$t=0:\ F=G=0,\ \xi=\xi_0(y). \quad (2.5)$$

Граничные условия для F и G:

$x \to -\infty$: $F=G=0$; $x \to +\infty$: $\partial F/\partial x = \partial G/\partial x = 0$;

$y \to \pm\infty$: $\partial F/\partial y = \partial G/\partial y = 0$.

Граничные условия для деформации задавались в двух формах:

$$1)\ y \to \pm\infty:\ \partial\xi/\partial y = 0; \quad 2)\ y \to \pm\infty:\ \xi=0. \quad (2.6)$$

Кроме того, брались различные варианты начального отклонения $\xi_0(y)$.

Стационарные распределения θ^0, b^0 получены как асимптотические ($t \to \infty$) решения нестационарной задачи

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + W(\theta, b), \quad \frac{\partial b}{\partial t} = \mathrm{Le}\frac{\partial^2 b}{\partial x^2} + W(\theta, b), \quad (2.7)$$

с начальными условиями

$$t=0: \theta = b = f(x), \quad f(x) = \begin{cases} 1, & x \to +\infty \\ 0, & x \to -\infty \end{cases}, \quad (2.8)$$

и граничными условиями

$$x \to -\infty:\ \theta=b=0,\ x \to +\infty:\ \partial\xi/\partial x = \partial b/\partial x = 0. \quad (2.9)$$

Производные от W в (2.4) вычисляются по стационарным значениям температуры и выгорания и имеют вид

$$\frac{\partial W}{\partial \theta^0} = q(1-b^0)\frac{1-\mu}{\beta\left[\mu + \theta^0(1-\mu)\right]^2}\exp\left[\frac{1}{\beta}\left(1 - \frac{1}{\mu + \theta^0(1-\mu)}\right)\right],$$

$$\frac{\partial W}{\partial b^0} = -q\exp\left[\frac{1}{\beta}\left(1 - \frac{1}{\mu + \theta^0(1-\mu)}\right)\right], \quad \theta^0 = \theta^0(x), \quad b^0 = b^0(x).$$

Полная схема решения поставленной задачи такова: сначала решением уравнений (2.7) с начальными (2.8) и граничными (2.9) условиями находятся установившиеся распределения $\theta^0(x)$, $b^0(x)$. После этого начинается решение уравнений (2.4), для которых начальные и граничные условия задаются выражениями (2.5, 2.6).

Для численного решения всех уравнений применялась неявная схема. Причем, система (2.4) решалась методом расщепления по пространственной переменной Писмена-Рэдфорда [11] в квадрате 40×40. Функции источников вычислялись по значениям F, G на предыдущем временном слое.

На рисунке приведены распределения F, G в различные моменты времени, после возрастания в начальные периоды. Начальное отклонение $\xi_0(y)$ задавалось в виде:

$$\begin{aligned} &\xi_0(y)=A,\ \textit{если}\ y \in [19{,}75;\ 20{,}25]; \\ &\xi_0(y)=0,\ \textit{если}\ y \notin [19{,}75;\ 20{,}25]; \end{aligned} \quad (2.10)$$

A=10 с граничными условиями 2) из (2.6). Значения F, G берутся в сечении по y максимального отклонения $\xi(t, y)$, т.е. при y=20,0, а постоянные параметры q, s, μ, β полагались равными q=20,0; s=2,0; μ=0,15; β=0,1.

Как видно из приведенных графиков, возмущения температуры F и выгорания G сосредоточены в зоне пламени и убывают со временем. Изменения F носят колебательный характер, причем это наблюдается вне зависимости от того, больше или меньше единицы число Льюиса. В то время как G (или концентрация продуктов реакции) стремится к нулю монотонно. Все изменения температуры и выгорания сосредоточены преимущественно в узкой зоне химической реакции, но незначительные затухания колебания могут распространяться и в сторону пламени, где находятся только продукты горения. Это означает, что природа зависимости скорости пламени от кривизны его фронта кроется в процессах, протекающих в самой зоне химической реакции, и не связана с распределением концентрации реагирующего вещества и температуры за пределами этой зоны. Поэтому утверждение пропорциональности $\varepsilon \sim \beta$ вполне обоснованно.

Обращает также на себя внимание большее по амплитуде значение выгорания по сравнению с максимумом температуры. Причем это имеет место вне зависимости от значения числа Льюиса. Если число Льюиса больше единицы, то при деформации фронта пламени в сторону продуктов горения происходит уменьшение температуры и выгорания свежей смеси. Если же деформация происходит в сторону свежей смеси (рисунок), то прирост температуры и выгорания положителен.

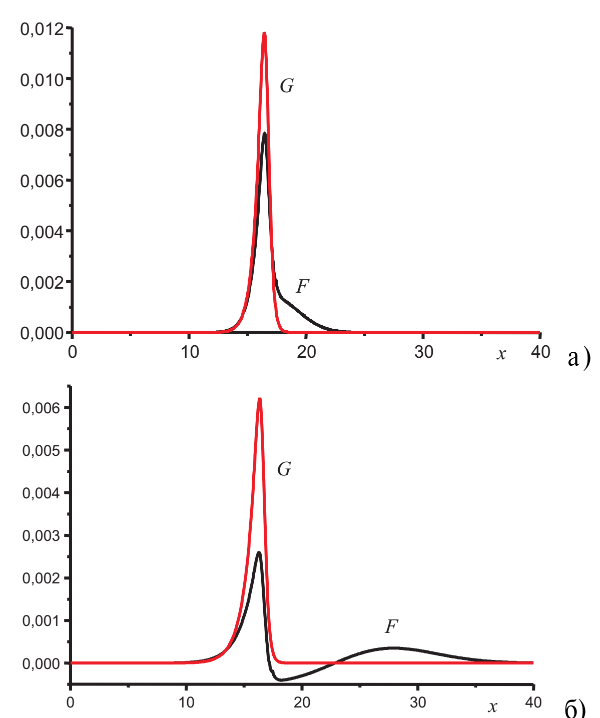


Рисунок. *Распределения возмущений температуры F и выгорания G в различные моменты времени: а) t = 2,0; б) t = 10,0. Le = 0,8*

Прежде чем делать выводы по результатам настоящей работы, заметим, что однородные части уравнений для F и G совпадают с однородными частями системы (2.3). Так как отклонение $\xi(t, y)$ поверхности пламени от плоского состояния быстро убывает ввиду большого значения коэффициента "диффузии" D_*, то условие стремления к нулю F, G, в сущности, должно совпадать с условием диффузионно-тепловой устойчивости пламени, полученным в приближении *неизменности скорости пламени*. Расчеты показали, что если числовые значения параметров q, μ, β лежат за пределами области устойчивого режима горения, возмущения F и G с течением времени неограниченно растут. Изогнутый фронт пламени при этом стремится к плоской форме, согласно (1.11).

Все рассуждения проводились в рамках линейного приближения по величине кривизны фронта пламени, поэтому в пределах допустимости такого приближения решение задачи о пространственно искривленном ламинарном пламени может быть сформулировано следующим образом:

1. форма искривленной поверхности горения является решением параболического уравнения (1.11) с эффективным коэффициентом диффузии;
2. скорость движения искривленного пламени является суммой скорости плоского пламени и поправки по формуле (1.10);
3. условие существования такого неодномерного пламени определяется диффузионно-тепловой устойчивостью ламинарного горения с постоянной скоростью пламени.

Теперь можно привести численную оценку по порядку величин устойчивого по отношению к гидродинамическим возмущениям размера L_* пламени. Для этого достаточно воспользоваться известной формулой Маркштейна [1, 5], в которую необходимо внести множитель $1/(s\beta)$:

$$L_* = \frac{n}{n-1}\frac{4\pi\kappa}{s\beta u_n^0}.$$

Для наблюдаемого экспериментально устойчивого пламени коэффициент n теплового расширения находится в пределах 6...9, β~0,1, κ~10^{-5} м^2/с, u_n^0~0,1 м/с [5]. Считая $n/s(n-1)\approx 1$, находим L_*~0,01 м. Отсюда получаем для критического числа Рейнольдса согласующуюся с экспериментом оценку Re_{cr}~10^3.

Что касается определения константы s, то этот вопрос остается открытым и находится на стадии проработки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Нестационарное распространение пламени / Под ред. Дж.Г. Маркштейна. – М.: Мир, 1968. – 220 с.
2. Рогоза Б.Е. О маркштейновской поправке к нормальной скорости распространения пламени // Физика горения и взрыва. – 1985. – Т. 21. – № 3. – С. 45–48.
3. Зельдович Я.Б., Истратов А.Г., Кидин Н.И., Либрович В.Б. Гидродинамические течения и устойчивость искривленного фронта при распространении пламени в каналах. – М.: 1980. (Препр. ИПМ АН СССР; № 143).
4. Игнатьев С.М., Петухов Ю.И. Нелинейный анализ ячеистой структуры фронта пламени с учетом гидродинамических и диффузионно-тепловых процессов // Физика горения и взрыва. – 1989. – Т. 25. – № 5. – С. 58–62.
5. Зельдович Я.Б., Баренблатт Г.И., Либрович В.Б., Махвиладзе Г.М. Математическая теория горения и взрыва. – М.: Наука, 1980. – 422 с.
6. Karpov A.I., Galat A.A., Bulgakov V.K. // Combustion Theory Modeling. – 1999. – V. 3. – P. 535–546.
7. Сабденов К.О. К линейной теории искривленного пламени // Инженерно-физический журнал. – 2001. – Т. 74. – № 5. – С. 81–86.
8. Сабденов К.О. О диффузионно-тепловой неустойчивости ламинарного пламени // Инженерно-физический журнал. – 2002. – Т. 75. – № 4. – С. 73–79.
9. Сабденов К.О. К разрешению парадокса Л.Д. Ландау о гидродинамической неустойчивости пламени // Фундаментальные и прикладные проблемы современной механики. – Томск: Изд-во ТГУ, 1998. – С. 84–85.
10. Ландау Л.Д. К теории медленного горения // Журнал экспериментальной и теоретической физики. – 1944. – Т. 14. – № 6. – С. 240–244.
11. Самарский А.А. Введение в численные методы. – М.: Наука, 1982. – 202 с.